Uvod u topologiju – 2.11.2016. Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 5

[Z1] Dokazati da je komplement F_σ skupa G_δ skup.

[Z2] Дата је топологија $\mathcal{T}$ на $\mathbb{R}$ својом предбазом $\mathcal{S}_{\mathcal{T}} = \{[\mathrm{a}, +\infty) \mid \mathrm{a} \in \mathbb{Q}\} \cup \{(-\infty, \mathrm{b}] \mid \mathrm{b} \in \mathbb{Q}\}$. Ако је $\mathcal{U}$ уобичајена топологија реалне праве, који од сљедећих исказа је тачан:

а) $\mathcal{T} \subset \mathcal{U}$; б) $\mathcal{U} \subset \mathcal{T}$; в) $\mathcal{T} = \mathcal{U}$; г) $\mathcal{T}$ и $\mathcal{U}$ су неупоредиве?

[Z3] Ако је $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$, онда је скуп $A = \{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ затворен у $\mathbb{R}$. Доказати.

[Z4] Нека су A и B свуда густи скупови у тополошком простору X при чему је A још отворен у X. Доказати да је $A \cap B$ свуда густ у X.

[Z5] Нека је $\{A_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}}$ фамилија подскупова тополошког простора X.

а) Доказати да је $\mathrm{Int}\left(\bigcap_{\alpha \in \mathcal{A}} A_\alpha\right) \subset \bigcap_{\alpha \in \mathcal{A}} \mathrm{Int}\, A_\alpha$.

б) Примјером показати да не мора да важи обрнута инклузија.

[Z6] Dokazati da je Sorgenfreyova prava separabilan prostor.

(Други, трећи, четврти и пети задазак су из Збирке задатака из топологије, аутора Владимира Грујића и Бранислава Првуловића; Математички факултет, Универзитет у Београду, Наша књига, Београд 2012.)