

Analiza I (TKN) – 12.10.2016. Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 3

[Z1] Dokazati nejednakost: $\sqrt[n+1]{n+1} < \sqrt[n]{n}$, za prirodan broj $n \geq 3$.

[Z2] Metodom matematičke indukcije dokazati jednakosti:

a) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

b) $(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx \quad (\forall n \in \mathbb{N}, i - \text{imaginarna jedinica})$

[Z3] Metodom matematike indukcije dokazati nejednakosti:

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

b) $(2n)! < 2^{2n}(n!)^2 \quad (n > 1)$

[Z4] Dokazati da n pravih, koje se nalaze u jednoj ravni i takvu si da ni jedan par nije paralelan i nijedna trojka ne prolazi kroz jednu tačku, dijele ravan na $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ dijelova.

[Z5] Dokazati djeljivost sljedećih brojeva:

a) $5^n + 2^{n+1}$ sa 3 ($n = 0, 1, 2, \dots$)

b) $n^5 - 5n^3 + 4n$ sa 120 ($n = 3, 4, \dots$)

c) $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ sa 133 ($n = 0, 1, 2, \dots$)