

**Analiza I (TKN) – 2/3.11.2016. Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 9 i 10**

[Z1] Primjenom Cauchyjevog kriterija dokazati da je niz  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{1^k}$ , divergentan.

[Z2] Izračunati:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+10}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n$

[Z3] Naći najveći član niza  $x_n = \frac{1000^n}{n!}$ .

[Z4] Izračunati:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n^3 + 777n)}{n - 14}$$

[Z5] Ispitati konvergenciju niza  $\left\{\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{4n}\right\}$ . Naći  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{4n}\right)$ .

[Z6] Dokazati da niz  $a_n = \frac{1}{3+1} + \frac{1}{3^2+2} + \dots + \frac{1}{3^n+n}$  ima graničnu vrijednost.

[Z7] Naći sljedeće limese:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3 \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}$

[Z8]\* Dokazati da je broj  $e$  iracionalan.

[Z9] Koristeći Cauchyjev kriterij dokazati konvergenciju niza

$$x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$$

[Z10] Izračunati

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n(n+1)}\right)$$

