

**Analiza I (TKN) – 9/10.11.2016. Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 11 i 12**

[Z1] Dokazati neposredno konvergenciju sljedećih redova i naći im sume:

a)  $\sum_{n \geq 1} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

b)  $\sum_{n \geq 1} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

c)  $\sum_{n \geq 1} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$

[Z2] Ispitati konvergenciju redova:

a)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

b)  $\sum_{n \geq 1} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^5}}$

c)  $\sum_{n \geq 1} \sqrt{\frac{n}{n^2+1}}$

d)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^n}$

e)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{e}\right)^n$

[Z3] Dokazati da je red  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{a_n}$  divergentan ako je  $(a_n)$  aritmetički niz. Ako je  $(a_n)$  geometrijski niz, da li je red  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{a_n}$  konvergentan?

*Upute i rješenja:*

[Z1] a) red divergira (ka  $+\infty$ );

b) suma je 1. Rastaviti  $\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$  u parcijalne razlomke, krećući od

$$\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n^2} + \frac{C}{n+1} + \frac{D}{(n+1)^2}$$

c) suma je  $1 - \sqrt{2}$ .

[Z2] a) red konvergira po kriteriju uspoređivanja; b) red konvergira; c) red divergira; d) red konvergira; e) red divergira