

Analiza II (TKN) – 18/20.4.2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 1 i 2 (II)

[Z1] Izračunati neprave integrale ili ustanoviti njihovu divergenciju:

$$a) \int_0^5 \frac{dx}{x^7}$$

$$b) \int_0^e x |\ln x| dx$$

$$c) \int_0^e \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$$

$$d) \int_a^\infty \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$e) \int_0^\infty e^{-ax} \cos bx dx$$

$$f) \int_0^\pi \sqrt[4]{\operatorname{tg} x} dx$$

[Z2] Ispitati konvergenciju sljedećih integrala:

$$a) \int_1^\infty \frac{2x^2 - 3x + 2}{\sqrt[3]{x^8 + 3x^6 + 5}} dx$$

$$b) \int_0^\infty \frac{x^a \operatorname{arctg} x}{c + x^b} dx \quad (b \geq 0, c > 0)$$

[Z3] Pokazati da

$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx$$

(Beta funkcija), konvergira za $p > 0$ i $q > 0$.

[Z4] Pokazati da

$$\Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1} e^{-x} dx$$

(Gama funkcija), konvergira za $p > 0$.

[Z5] Ako integral $\int_a^\infty f(x) dx$ konvergira, da li obavezno $f(x) \rightarrow 0$ kad $x \rightarrow +\infty$?

[Z6] Može li se konvergencija nesvojstvenog integrala $\int_a^b f(x)dx$ od neograničene funkcije f na segmentu $[a,b]$ razmatrati kao limes odgovarajuće integralne sume $\sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i$, gdje je $x_i \leq \xi_i \leq x_{i+1}$ i $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$?

[Z7] Dokazati da, ako integral $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ konvergira, a f je monotona funkcija, onda je $f(x) = o\left(\frac{1}{x}\right)$ kad $x \rightarrow +\infty$.