

Analiza II (TKN) – travanj/svibanj 2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 3, 4, 5, 6 (II)

Primjene određenog integrala

[Z1] Izračunati površinu ograničenu krivim $y = \sin x$, $y = \cos x$ i odsječkom $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ x -ose.

[Z2] Naći površinu ograničenu lukom astroide: $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

[Z3] Izračunati površine ograničene linijama $x = y^2 - 2y + 2$, $x = 0$, $y = 0$, $2x + y = 9$.

[Z4] Naći površinu koju zaklapa kriva

$$y = \frac{\ln 2 + \ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

sa dijelom x -ose i ordinatom u tački maksimuma.

[Z5] Naći jednadžbu sječice parabole $y^2 = 4x$ koja prolazi kroz koordinatni početak i od date parabole odsjeca odsječak površine 9.

[Z6] Naći zapreminu koja nastaje rotacijom dijela površi ograničene krivim:

$$y = |x^3| \text{ i } y = -x^2 + 2, \text{ oko } x\text{-ose.}$$

[Z7] Naći zapreminu koja nastaje rotacijom dijela površi ograničene krivim:

$$y = e^{3x} + e^x, x = 0, y = e^3 + e, \text{ oko } y\text{-ose.}$$

[Z8] Naći zapreminu tijela ograničenog površima: $x^2 + z^2 = 1$, $y^2 + z^2 = 1$.

[Z9] Naći dužinu luka astroide: $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

[Z10] Naći dužinu luka krive $y^2 = x^3$ koji odsjeca prava $x = \frac{4}{3}$.

- [Z11] Naći dužinu luka krive $y = \ln \sin(x - 1)$ između tačaka: $x = 1 + \frac{\pi}{3}$ i $x = 1 + \frac{2\pi}{3}$.
- [Z12] Naći Descartesove koordinate tačke na krivoj $\rho = a(1 - \cos \theta)$ koja dijeli dužinu njenog luka iznad polarne ose u odnosu 2:3.
- [Z13] Nacrtati krivu $9y^2 = x(3 - x)^3$ i naći površinu koja nastaje obrtanjem petlje oko x -ose.
- [Z14] Izračunati površinu koja nastaje rotacijom krive $y = e^{-x}$ oko x -ose za $x \geq 0$.
- [Z15] U kojem odnosu parabola $y^2 = 2x$ dijeli površinu kruga $x^2 + y^2 = 8$?
- [Z16] Naći površinu ravnog lika ograničenog krivom datom u polarnim koordinatama:
 $\rho = 3 + 2\cos \varphi$.
- [Z17] Naći dužinu luka krive $\varphi = \sqrt{\rho}$ ($0 \leq \rho \leq 5$).
- [Z18] Neka je za tijelo koje ima zapreminu, površina $S = S(x)$ presjeka tijela sa ravni koja je normalna na x -osu data sa $S(x) = Ax^2 + Bx + C$ ($a \leq x \leq b$), gdje su A, B, C konstante. Dokazati da je zapremina tog tijela jednaka
- $$V = \frac{H}{6} \left(S(a) + 4S\left(\frac{a+b}{2}\right) + S(b) \right),$$
- gdje je $H = b - a$.
- [Z19] Naći zapreminu tijela ograničenog s površi $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = ax$.
- [Z20] Naći površinu površi koja se dobije rotacijom krive $y = \operatorname{tg} x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) oko x -ose.