Brojevi i polinomi – 15.3.2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 3

[Z1] Zapisati u trigonometrijskom obliku kompleksan broj

$$z = \frac{i - 1}{i(1 - \cos\frac{2\pi}{5}) + \sin\frac{2\pi}{5}}$$

[Z2] Koristeći De Moivreovu i Newtonovu binomnu formulu izraziti $\sin 4\alpha$ preko sinusa i cosinusa jednostrukog ugla.

[Z3] Odrediti sve vrijednosti korijena

$$\sqrt[6]{\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}}$$

[Z4] Odrediti sve $n \in \mathbb{N}$ za koje vrijedi jednakost

$$(3 + 4i)^{n-1} - (1 + i)^4 = 5^n$$

[Z5] Predstaviti u trigonometrijskom obliku brojeve

a) $1 + \sin\alpha - i\cos\alpha$
b) $1 + i\operatorname{tg}\alpha \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$

[Z6] Napisati u eksponencijalnom obliku brojeve

a) -1
b) $-i - 1$

[Z7] Naći sve kompleksne brojeve z koji zadovoljavaju uslov:

$$\bar{z} = z^2$$

[Z8] Brojevi z_1, z_2 i z_3 su takvi da je:

$$\arg(z_1) = \arg(z_3) = \frac{\pi}{6}; \arg(z_2) = -\frac{\pi}{3}; |z_1| = 1; |z_3| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Odrediti z_2 tako da bude: $\mathrm{Im}(z_1 + z_2 + z_3) = 0$.

[Z9] Data je jednadžba $z^2 - 2az + b = 0$, gdje su a i b kompleksni brojevi. Pokazati da su potrebni i dovoljni uslovi da oba korijena ove jednadžbe leže na jediničnom krugu da je:

$$|b| = 1, |a| \leq 1, \arg(b) = 2\arg(a).$$

[Z10] Tri uzastopna tjemena paralelograma su u tačkama z_1, z_2, z_3. Odrediti položaj četvrtog tjemena.