

Brojevi i polinomi – 22.2.2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 1

Why do mathematicians often confuse Christmas and Halloween? – Because Oct 31 = Dec 25.

[Z1] Neka je $G = \{1, -1, i, -i\}$, pri čemu je i imaginarna jedinica. Dokazati da je (G, \cdot) Abelova grupa, gdje " \cdot " predstavlja uobičajeno množenje kompleksnih brojeva.

[Z2] Neka je X neprazan skup i S_X skup svih bijektivnih preslikavanja iz X u X . Dokazati da je (S_X, \circ) grupa, gdje operacija " \circ " predstavlja uobičajeno slaganje (kompoziciju) funkcija.

[Z3] Neka je $S = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. Dokazati da je $(S, +, \cdot)$ komutativan prsten sa jedinicom, pri čemu su operacije " $+$ " i " \cdot " u skupu S definirane sa

$$(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$$

$$(a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2)$$

za sve $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{Z}$.

[Z4] Neka je (G, \cdot) iz zadatka 1. Dokazati da je preslikavanje $f: \mathbb{Z} \rightarrow G$ zadano sa $f(x) = i^x$ ($\forall x \in \mathbb{Z}$) (i je imaginarna jedinica) homomorfizam iz grupe $(\mathbb{Z}, +)$ i grupu (G, \cdot) . Da li je f monomorfizam? Da li je epimorfizam?

[Z5] Odrediti, ako postoji, bazu brojevnog sistema u kojoj vrijedi jednakost

$$16 \cdot 13 = 232$$

[Z6] Zbir koeficijenata prvog, drugog i trećeg člana u razvoju binoma $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ jednak je 46. Naći član koji ne sadrži x .

[Z7] Koeficijent drugog člana u razvoju binoma $\left(\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}}\right)^n$ odnosi se prema koeficijentu trećeg člana kao 2:11. Odrediti peti član.

[Z8] Dokazati da su sljedeći brojevi iracionalni:

a) $\log_{18} 36$

b) $\sin 15^\circ$

[Z9] Prikazati u obliku razlomka brojeve racionalne brojeve:

a) 0.255255255255255...

b) 3.141591415914159...