

Brojevi i polinomi – 22.3.2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 4

[Z1] Odrediti aritmetički niz ako je

$$a_3 + a_7 = 2, \quad a_6 - a_4 = 2.$$

[Z2] Odrediti geometrijski niz ako je

$$a_3 = -\frac{1}{4}, \quad \frac{a_{10}}{a_7} = -\frac{1}{8}.$$

[Z3] Odrediti paralelogram tako da mjerni brojevi njegove osnovice, visine i površine čine geometrijski niz.

[Z4] Naći sumu svih prirodnih brojeva djeljivih sa 3 od 1000 do 2000.

[Z5] Između brojeva 14 i $-\frac{7}{64}$ umetnuti šest brojeva x_1, \dots, x_6 , tako da $14, x_1, \dots, x_6, -\frac{7}{64}$ budu osam uzastopnih članova geometrijskog niza. (Interpolacija.)

[Z6] Ako je $a_1 = 1$ i $a_n = 2a_{n-1} + 3$, tada je $a_n = 2^{n+1} - 3$. Dokazati.

[Z7] Odrediti sve vrijednosti $x \in \mathbb{R}$ za koje su $\sqrt{x-1}, \sqrt{5x-1}, \sqrt{12x+1}$ uzastopni članovi aritmetičkog niza.

[Z8] Odrediti aritmetički niz ako je

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + a_4^3 = 0.1$$

[Z9] Odrediti sve aritmetičke nizove kod kojih je zbir prvih n članova jednak n^2 .

[Z10] Mogu li brojevi $1, \sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$ biti članovi nekog geometrijskog niza?

[Z11] Riješiti jednađbu

$$\frac{1 + 3 + \dots + (2x - 1)}{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{x \cdot (x + 1)}} = 110$$

u skupu \mathbb{N} .

[Z12] Neka je S_m zbir prvih m članova aritmetičkog niza i neka je $S_m/S_n = m^2/n^2$. Tada je $a_m/a_n = (2m - 1)/(2n - 1)$. Dokazati.