

Brojevi i polinomi – 26.4.2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 3 (10)

[Z1] Skicirati grafove sljedećih polinoma:

- a) $P(x) = x^4 - 1$
- b) $P(x) = -(x - 2)^4 + 4$
- c) $P(x) = (x + 1)(x - 2)^2$
- d) $P(x) = (x - 1)^2(x + 2)^2$
- e) $P(x) = (x + 4)(x + 2)x(x - 3)$

[Z2] Odrediti intervale kojima su rubovi uzastopni cijeli brojevi, a u kojima leže nule polinoma $P(x) = x^3 - 3x + 1$. Suziti potom te intervale na intervale duljine 0.1.

[Z3] Dokazati da nakon množenja polinom

$$P(x) = (1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100})(1 + x + x^2 + \dots + x^{100})$$

u svojem kanonskom zapisu nema članova s neparnim eksponentom od x . Koliki je zbir koeficijenata polinoma P ?

[Z4] Postoji li polinom P s cjelobrojnim koeficijentima takav da je $P(0) = 19$, $P(1) = 99$, $P(2) = 1999$?

[Z5] Ako je P polinom s cjelobrojnim koeficijentima kojia za četiri različita cijela broja ima vrijednost 7, tada P nije jednako 14 ni za koji cijeli broj x . Dokazati.

[Z6] Ako je P polinom s cjelobrojnim koeficijentima te ako su brojevi $P(2)$ i $P(3)$ djeljivi sa 6, sa 6 je djeljiv i broj $P(5)$. Dokazati.

[Z7] Odrediti polinom četvrtog stupnja za koji je $P(x) = P(1 - x)$ za svako $x \in \mathbb{R}$.

[Z8] Zbroj svih koeficijenata polinoma jednak je 2, a zbroj svih koeficijenata na parnim mjestima jednak je zbroju koeficijenata na neparnim mjestima. Koliki je ostatak pri dijeljenju tog polinoma polinomom $x^2 - 1$?

[Z9] Dokazati da je za svaki prirodan broj $n > 2$ polinom $P(x) = (x^n - 1)(x^{n-1} - 1)(x^{n-2} - 1)$ djeljiv polinomom $(x - 1)(x^2 - 1)(x^3 - 1)$.

[Z10] Uz koje je uvjete polinom $P(x) = x^m + x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1$ djeljiv polinomom $P(x) = x^n + x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1$.

[Z11] Riješiti jednačbu u skupu \mathbb{C} i rješenja napisati u trigonometrijskom obliku:

$$iz^2 + (4i - 3)z + i - 5 = 0.$$

[Z12] Riješiti jednačbe:

a) $(z + 1)^2 + i(z^2 + z)^2 = 0$

b) $z^6 + 2iz^3 - 1 = 0$

c) $(1 + i)z^4 - (1 - i)z = 0$

[Z13] Odrediti rješenja jednačbe

$$\left(\frac{z^3}{1-i} - 2 \right)^3 + 8 = 0, \quad z \text{ iz prvog kvadranta.}$$