

Diskretna matematika – 28.3.2017. Zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 6

[Z1] Naći koeficijent uz:

a) x^4 u $\sqrt[3]{1+x}$

b) x^9 u $\frac{1}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)}$

Rješenje:

a) $c_4 = \frac{11}{4!3} \left(\frac{1}{3} - 1\right) \left(\frac{1}{3} - 2\right) \left(\frac{1}{3} - 3\right)$

b) $c_9 = 7$

[Z2] Naći koeficijent uz x^n u stepenom razvoju sljedećih funkcija, koristeći metod parcijalnih razlomaka i(li) operacije za rad s funkcijama generatrisa:

a) $1/(1-x^2)^2$

b) $(1-x-x^2)/(1-2x)(1-x)^2$

Rješenje:

a) $c_n = \begin{cases} k+1, & \text{za } n=2k \\ 0, & \text{za } n=2k+1 \end{cases}$

b) $c_n = n + 2^n$

[Z3] Naći funkciju generatrisu za svaki od sljedećih nizova (definiranih za sve $n \geq 0$):

a) $a_n = \alpha n + \beta$

b) $a_n = 3^n$

c) $a_n = 5 \cdot 7^n - 3 \cdot 4^n$

Rješenje:

a) $a(x) = \frac{\beta + \alpha x - \beta x}{(1-x)^2}$

b) $a(x) = \frac{1}{1-3x}$

c) $a(x) = \frac{5}{1-7x} - \frac{3}{1-4x}$