

**Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 2 iz Linearne algebre I, održane 11.10.2016.**

[Z1] Riješiti sistem jednažbi u zavisnosti od parametra  $a$ :

$$\begin{cases} ax - y = 2 \\ 2x + y = a \end{cases}$$

[Z2] Gaussovom metodom riješiti sisteme jednažbi:

a) 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 11 \\ 3x - y + 5z = 16 \\ x + 2y - 4z = -7 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 7 \\ 3x_1 - 8x_2 + 2x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

[Z3] U ovisnosti o parametru  $\lambda \in \mathbb{R}$  riješiti sisteme:

a) 
$$\begin{cases} x + 2y + \lambda z = 4 \\ 2x + y + 2z = 5 \\ 3x + 2y + 3z = 12 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = \lambda \end{cases}$$

[Z4] Zadane su matrice  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ . Izračunati: a)  $2A + B^T$ , b)  $A^T - 2B$ .

[Z5] Zadane su matrice  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ . Odrediti matricu  $X$  za koju vrijedi:

- a)  $2A + 3X = E$ ;  
b)  $3A - 2X = B$ .

[Z6] Odrediti inverz matrice:

a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix};$

b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$

[Z7] Može li se odrediti vrijednost parametra  $k$  tako da matrice  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 5 & k \end{bmatrix}$  komutiraju?

[Z8] Riješiti matričnu jednadžbu  $(A - 2E) \cdot X = A + E$ , gdje je  $E$  jedinična matrica, a

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

[Z9] Matrica  $I$  naziva se *involutivna* ako je  $I^2 = E$ ; matrica  $P$  naziva se *idempotentna* ako je  $P^2 = P$ .

Ako je  $P$  idempotentna matrica, onda je  $I = 2P - E$  involutivna, a ako je  $I$  involutivna, onda je  $P = \frac{1}{2}(I + E)$  idempotentna. Dokazati.