

Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 4 (11) iz Linearne algebre I, održane 13.12.2016.

- [Z1] Neka je V vektorski prostor kvadratnih matrica formata 3×3 nad poljem \mathbb{F} ; neka je W potprostor dijagonalnih matrica prostora V . Neka su

$$W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a_{11} \in \mathbb{F} \right\},$$

$$W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a_{22} \in \mathbb{F} \right\},$$

$$W_3 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \mid a_{33} \in \mathbb{F} \right\}.$$

Dokazati da je $W = W_1 \oplus W_2 \oplus W_3$.

- [Z2] Neka je $W = \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \in \mathbb{R}^5 \mid a_1 + a_3 + a_5 = 0, a_2 = a_4\}$. Dokazati da je W potprostor od \mathbb{R}^5 , a zatim mu naći bazu i dimenziju.

- [Z3] Dokazati da je skup svih polinoma oblika

$$a_{18}x^{18} + a_{16}x^{16} + \dots + a_2x^2 + a_0$$

gdje $a_{18}, a_{16}, \dots, a_2, a_0 \in \mathbb{R}$, čini potprostor od $P_{18}(\mathbb{R})$. Naći mu bazu i dimenziju.

- [Z4] Skup rješenja sistema linearnih jednadžbi

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

čini potprostor od \mathbb{R}^3 . Naći mu bazu i dimenziju.

- [Z5] Neka su W_1 i W_2 potprostori vektorskog prostora V dimenzija m i n , redom, gdje je $m \geq n$.

- Dokazati da je $\dim(W_1 \cap W_2) \leq n$.
- Dokazati da je $\dim(W_1 + W_2) \leq m + n$.