Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 5 (12) iz Linearne algebre I, održane 20.12.2016.

[Z1] Definirajmo T: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sa $T(x,y) = (x, -y)$, tj. T je refleksija oko x-ose. Pokazati da je T linearna transformacija.

[Z2] Na vektorskom prostoru polinoma $P(\mathbb{R})$ (ili na vektorskom prostoru diferencijabilnih funkcija) diferenciranje $T(f) = f'(x)$ je linearna transformacija. Dokazati.

[Z3] Identitet I_V:$V \to V$, $I_V(x) = x$ za sve $x \in V$ je linearna transformacija. Dokazati.

[Z4] Provjeriti da li su sljedeće transformacije linearne i naći baze i dimenzije njihovog ranga i jezgra. Provjeriti Teoremu o dimenzijama za ove linearne transformacije.

a) T:$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x,y) = (1 + x,y)$
b) T:$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x,y) = (x^2,y)$
c) T:$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x,y) = (\sin x,y)$
d) T: $P_2(\mathbb{R}) \to M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$, $T(a + bx + cx^2) = \begin{bmatrix} a & b + c \\ c & 2a \end{bmatrix}$.

[Z5] Neka je T: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Ako je $T(3,2,1) = (1,2,3)$, $T(2,2,2) = (2,4,-1)$ i $T(2,1,1) = (3,3,3)$, naći $T(a,b,c)$.

[Z6] Neka je T: $P_3(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ linearna transformacija definirana sa $T(f(x)) = f'(x)$. Neka su β i γ standardne uređene baze od $P_3(\mathbb{R})$ i $P_2(\mathbb{R})$, redom. Naći matricu transformacije T u odnosu na baze β i γ.

[Z7] Dokazati da je matrična reprezentacija identiteta jedinična matrica.

[Z8] Za preslikavanje T:$P_2(\mathbb{R}) \to P_3(\mathbb{R})$ definirano sa $T(f(x)) = xf(x) + f'(x)$ provjeriti da predstavlja linearnu tranformaciju, a zatim odrediti njegovo jezgro i sliku, provjeriti teorem o dimenziji i zaključiti da li je ono injektivno i surjektivno.