**Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 6 (13) iz Linearne algebre I, održane 27.12.2016.**

[Z1] Neka je $f$ preslikavanje koje radijusvektoru $r$ u ravni $x0y$ pridružuje radijusvektor simetričan ovom s obzirom na os apscisa. Dokazati da je to preslikavanje linearno i odrediti njemu pridruženu matricu u odnosu na vektore kanonske baze.

*Rješenje:* $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

[Z2] Neka je $f$ preslikavanje koje radijusvektoru $r$ u ravni $x0y$ pridružuje radijusvektor zarotiran za ugao $\alpha$. Dokazati da je to preslikavanje linearno i odrediti njemu pridruženu matricu u odnosu na vektore kanonske baze.

*Rješenje:* $\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

[Z3] Neka su $T, U:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ linearne transformacije definirane sa

$$T(a_1,a_2) = (a_1 + a_2, a_1 - a_2),\ U(a_1,a_2) = (a_1, 3a_2),$$

i neka je $\beta$ standardna uređena baza od $\mathbb{R}^2$. Odrediti $[T + 2U]_\beta$.

*Rješenje:* $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

[Z4] Na vektorskom prostoru $V = P_3(\mathbb{R})$ sa standardnom bazom $\beta$ neka je $T$ diferenciranje i $U$ dvostruko diferenciranje. Naći $[T - 2U]_\beta$.

*Rješenje:* $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

[Z5] Za linearnu transformaciju $T:M_{2\times 2}(\mathbb{R})\to P_2(\mathbb{R})$ definiranu sa

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ax^2 + (b + c)x + d$$

i linearnu transformaciju $U:P_2(\mathbb{R})\to\mathbb{R}^2$ definiranu sa $U(ax^2 + bx + c) = (a, b + c)$, naći $U \circ T$ direktno i pomoću matrica.

*Rješenje:* $(U \circ T)\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a, b + c + d)$

[Z6] Dokazati da su prostori $P_1(\mathbb{R})$ i $\mathbb{R}^2$ izomorfni.

[Z7] Naći inverznu linearnu transformaciju od $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(a,b) = (a+b, a-b)$.

*Rješenje:* Matrica transformacije $T^{-1}$ u odnosu na standardnu bazu je $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$.

[Z8] Neka je $T$ transformacija iz [Z5]. Neka je $\alpha = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$ baza od $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ i $\beta = \left\{ -1 - x + 2x^2, 2 + x - 2x^2, 1 - 2x + 4x^2 \right\}$ baza od $P_2(\mathbb{R})$. Naći $[T]_\alpha^\beta$.