

**Uvod u matematiku – 14.12.2016. Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 4 (11)**

[Z1] Odrediti aritmetički niz ako je

$$a_3 + a_7 = 2, a_6 - a_4 = 2.$$

[Z2] Odrediti geometrijski niz ako je

$$a_3 = -\frac{1}{4}, \frac{a_{10}}{a_7} = -\frac{1}{8}.$$

[Z3] Ako su  $a, b, c$   $k$ -ti,  $n$ -ti i  $p$ -ti članovi jednog geometrijskog niza, dokazati da je tada

$$a^{n-p} \cdot b^{p-k} \cdot c^{k-n} = 1.$$

[Z4] Odrediti paralelogram tako da mjerni brojevi njegove osnovice, visine i površine čine geometrijski niz.

[Z5] Naći sumu svih prirodnih brojeva djeljivih sa 3 od 1000 do 2000.

[Z6] Između brojeva 14 i  $-\frac{7}{64}$  umetnuti šest brojeva  $x_1, \dots, x_6$ , tako da  $14, x_1, \dots, x_6, -\frac{7}{64}$  budu osam uzastopnih članova geometrijskog niza. (Interpolacija.)

[Z7] Ako je  $a_1 = 1$  i  $a_n = 2a_{n-1} + 3$ , tada je  $a_n = 2^{n+1} - 3$ . Dokazati.

[Z8] Odrediti sve vrijednosti  $x \in \mathbb{R}$  za koje su  $\sqrt{x-1}, \sqrt{5x-1}, \sqrt{12x+1}$  uzastopni članovi aritmetičkog niza.

[Z9] Riješiti jednadžbu  $7 + 3 - 1 - \dots - x = -180$ , ako je lijeva strana zbir uzastopnih članova aritmetičkog niza.

[Z10] Odrediti aritmetički niz ako je

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + a_4^3 = 0.1$$

[Z11] Odrediti sve aritmetičke nizove kod kojih je zbir prvih  $n$  članova jednak  $n^2$ .

[Z12] Riješiti jednačbu

$$\frac{1 + 3 + \dots + (2x - 1)}{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{x \cdot (x + 1)}} = 110$$

u skupu  $\mathbb{N}$ .

[Z13] Mogu li brojevi  $1, \sqrt{2}$  i  $\sqrt{3}$  biti članovi nekog geometrijskog niza?