

Uvod u matematiku – 30.11./7.12.2016. Dodatni zadaci za samostalan rad uz vježbe br. 2 (9) i 3 (10)

[Z1] Odrediti skup svih kompleksnih brojeva z određenih uvjetom

$$|z - i| + |z + i| = 4$$

[Z2] Zapisati u trigonometrijskom obliku kompleksan broj

$$z = \frac{i - 1}{i\left(1 - \cos \frac{2\pi}{5}\right) + \sin \frac{2\pi}{5}}$$

[Z3] Koristeći De Moivreovu i Newtonovu binomnu formulu izraziti $\sin 4\alpha$ preko sinusa i cosinusa jednostrukog ugla.

[Z4] Odrediti sve vrijednosti korijena

$$\sqrt[6]{\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}}$$

[Z5] Riješiti sljedeće jednadžbe u skupu \mathbb{C}

a) $|z| + \bar{z} = 2 + i$

b) $\frac{z}{\bar{z}} = i$

[Z6] Odrediti sve $n \in \mathbb{N}$ za koje vrijedi jednakost

$$(3 + 4i)^{n-1} - (1 + i)^4 = 5^n$$

[Z7] Ako su $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ takvi da je $|z_1| = |z_2| = 1$ i $z_1 \cdot z_2 = -1$, onda je $\frac{z_1 z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbb{R}$. Dokazati.

[Z8] Predstaviti u trigonometrijskom obliku brojeve

a) $1 + \sin \alpha - i \cos \alpha$

b) $1 + i \operatorname{tg} \alpha \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$

[Z9] Napisati u eksponencijalnom obliku brojeve

a) -1

b) $-i - 1$